ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΠΡΟΟΔΟΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Ά ΛΥΚΕΙΟΥ

8/2/2015

<u>Θέμα 1ο</u>

A. Να αποδείξετε ότι η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.

(10 Μονάδες)

B. Ποιες είναι οι ιδιότητες των παραλληλογράμμων και να αποδείξετε μία από αυτές.

(5 Μονάδες)

C. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε και να <u>αιτιολογήσετε</u> την σωστή απάντηση.

1. Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο αν δυο απέναντι πλευρές είναι ίσες. Σ Λ
2. Υπάρχει τετράπλευρο που έχει και τις τέσσερις γωνίες του οξείες. Σ Λ
3. Δύο ευθείες παράλληλες τεμνόμενες από μια τρίτη ευθεία σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά γωνίες τους ίσες. Σ Λ
4. Σε κάθε παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες διχοτομούν τις γωνίες του. Σ Λ
5. Αν ένα τρίγωνο έχει μία αμβλεία γωνία, τότε είναι αμβλυγώνιο. Σ Λ

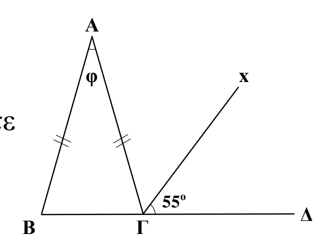
(5 Μονάδες)

D. Να συμπληρώσετε με λέξεις ή προτάσεις τα παρακάτω κενά:

1. …………………..λέγεται το τρίγωνο που έχει άνισες πλευρές.
2. Το ………………….. του τριγώνου ισαπέχει από τις κορυφές του.
3. Ένα σημείο Μ βρίσκεται στη μεσοκάθετο ενός τμήματος ΑΒ, όταν ....
4. .... τόπος είναι το σύνολο των σημείων, που έχουν μία κοινή ιδιότητα, όπως π.χ. η ...., που είναι το σύνολο των σημείων που ισαπέχουν από τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος.

(5 Μονάδες)

<u>Θέμα 2ο</u>



A. Αν $ΑΒ = ΑΓ$ και Γx διχοτόμος της γωνίας $Α\hat{Γ}Δ$ να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{φ}$ του σχήματος.

(8 Μονάδες)

B. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και από τις απέναντι κορυφές του Α και Γ φέρνουμε κάθετους ΑΕ και ΓΖ στη διαγώνιο ΒΔ.

1. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $Α\hat{Δ}Ε$ και $Γ\hat{Β}Ζ$ είναι ίσα.

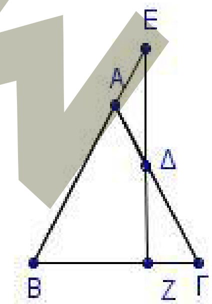
(7 Μονάδες)

2. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

(10 Μονάδες)

Θέμα 3^{o}

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $\overset{\triangle}{\mathrm{AB\Gamma}}$. Θεωρούμε σημείο Ε στην προέκταση της ΒΑ (προς το Α) και σημείο Δ στο εσωτερικό της πλευράς ΑΓ, ώστε ΑΕ = ΑΔ.



1. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\overset{\triangle}{\mathrm{A\Delta E}}$.

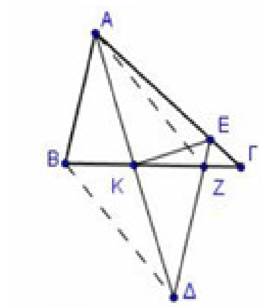
(10 Μονάδες)

2. Αν Ζ είναι το σημείο τομής της προέκτασης της ΕΔ (προς το Δ) με την ΒΓ, να αποδείξετε ότι η ΕΖ είναι κάθετη στην ΒΓ.

(15 Μονάδες)

Θέμα 4^{o}

Δίνεται τρίγωνο $\overset{\triangle}{\mathrm{AB\Gamma}}$ με ΑΚ διχοτόμο της γωνίας $\hat{\mathrm{A}}$. Στην προέκταση της ΑΚ θεωρούμε σημείο Δ ώστε ΑΚ = ΚΔ. Η παράλληλη από το Δ προς την ΑΒ τέμνει τις ΑΓ και ΒΓ στα Ε και Ζ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



1. Το τρίγωνο $\overset{\triangle}{\mathrm{AE\Delta}}$ είναι ισοσκελές.

(5 Μονάδες)

2. Η ΕΚ είναι μεσοκάθετος του ΑΔ.

(5 Μονάδες)

3. Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{\mathrm{AKB}}$ και $\overset{\triangle}{\mathrm{K\Delta Z}}$ είναι ίσα.

(6 Μονάδες)

4. Το τετράπλευρο ΑΖΔΒ είναι παραλληλόγραμμο.

(5 Μονάδες)

5. Αν για τη γωνία $\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{Z}$ ισχύει $\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{Z} = \frac{2}{3}L$ να υπολογίσετε τη γωνία $\mathrm{A}\hat{\mathrm{Z}}\mathrm{E}$.

(4 Μονάδες)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα <u>αιτιολογώντας</u> πλήρως τις απαντήσεις σας!

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

8/2/2015

Θέμα 1ο

A. Σχολ. Βιβλίο σελ. 70.

B. Σχολ. Βιβλίο σελ 102.

C.

1. Λ 2. Λ 3. Λ 4. Λ 5. Σ

D.

1. **Σκαληνό** λέγεται το τρίγωνο που έχει άνισες πλευρές.
2. Το **περίκεντρο** του τριγώνου ισαπέχει από τις κορυφές του.
3. Ένα σημείο Μ βρίσκεται στη μεσοκάθετο ενός τμήματος ΑΒ, όταν **ισαπέχει από τα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος Α και Β**.
4. **Γεωμετρικός** τόπος είναι το σύνολο των σημείων, που έχουν μία κοινή ιδιότητα, όπως π.χ. η **μεσοκάθετος**, που είναι το σύνολο των σημείων που ισαπέχουν από τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος.

Θέμα 2ο

A.

Επειδή Γx διχοτόμος της $A\hat{\Gamma}\Delta$ τότε $A\hat{\Gamma}x = \Delta\hat{\Gamma}x = 55^o$.

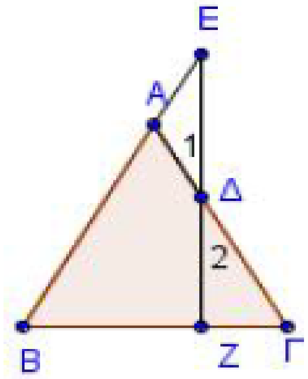
Επίσης ισχύει ότι $A\hat{\Gamma}B = 180^o - A\hat{\Gamma}x - \Delta\hat{\Gamma}x \Leftrightarrow A\hat{\Gamma}B = 70^o$, άρα $A\hat{\Gamma}B = A\hat{B}\Gamma = 70^o$.

Στο τρίγωνο $A\overset{\triangle}{B}\Gamma$ ισχύει ότι: $A\hat{\Gamma}B + A\hat{B}\Gamma + \hat{\varphi} = 180^0 \Leftrightarrow \hat{\varphi} = 40^o$.

B.

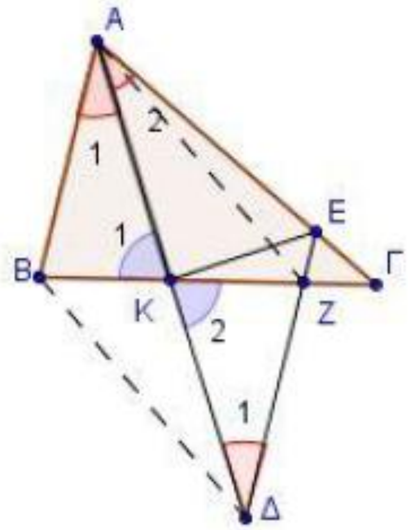
1. Συγκρίνω τα τρίγωνα $A\overset{\triangle}{\Delta}E$ και $\Gamma\overset{\triangle}{B}Z$
   $A\Delta = B\Gamma$ (απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου)
   $A\hat{\Delta}B = \Gamma\hat{B}\Delta$ (εντός εναλλάξ)
   Από κριτήριο ισότητας ορθογωνίων τριγώνων $A\overset{\triangle}{\Delta}E = \Gamma\overset{\triangle}{B}Z \Rightarrow AE = \Gamma Z$.
2. $AE = \Gamma Z$ (αποδείχθηκε από προηγούμενη σύγκριση)
   $AE // \Gamma Z$ (κάθετες στην ΒΔ)
   Άρα ΑΕΓΖ παραλληλόγραμμο.

Θέμα 3ο



1. Επειδή το τρίγωνο $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ είναι ισόπλευρο, οι γωνίες του είναι ίσες με 60°. Άρα,
$\Delta\hat{A}E = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.
Επειδή το τρίγωνο $\overset{\triangle}{A\Delta E}$ είναι ισοσκελές με βάση την ΔΕ, έχει $\hat{\Delta}_1 = \hat{E}$.
Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου $\overset{\triangle}{A\Delta E}$ έχουμε:
$\hat{\Delta}_1 + \hat{E} + \Delta\hat{A}E = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{\Delta}_1 + 120^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{\Delta}_1 = 60^\circ$
$\Leftrightarrow \hat{\Delta}_1 = 30 = \hat{E}$
2. Είναι $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2 = 30^\circ$ ως κατακορυφήν και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, οπότε από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου $\overset{\triangle}{\Delta Z\Gamma}$ προκύπτει ότι $\Delta\hat{Z}\Gamma = 90^\circ$, άρα $EZ \perp B\Gamma$.

Θέμα 4ο



1. Είναι $\hat{A}_1 = \hat{\Delta}_1$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ, ΔΕ που τέμνονται από την ΑΔ και $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ λόγω της διχοτόμησης, άρα είναι και $\hat{A}_2 = \hat{\Delta}_1$ οπότε το τρίγωνο $\overset{\triangle}{AE\Delta}$ είναι ισοσκελές.
2. Η ΕΚ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου $\overset{\triangle}{AE\Delta}$, άρα είναι και ύψος του, δηλαδή η ΕΚ είναι μεσοκάθετος του ΑΔ.
3. Συγκρίνω τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{AKB}$ και $\overset{\triangle}{K\Delta Z}$
$AK = K\Delta$ (από υπόθεση)
$\hat{K}_1 = \hat{K}_2$ (ως κατακορυφήν)
$\hat{A}_1 = \hat{\Delta}_1$ (εντός εναλλάξ)
Άρα από Γ-Π-Γ τα τρίγωνα είναι ίσα.
4. Επειδή τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{AKB}$ και $\overset{\triangle}{K\Delta Z}$ είναι ίσα, έχουν και $BK = KZ$, όμως είναι και $AK = K\Delta$, δηλαδή στο τετράπλευρο ΑΖΔΒ οι διαγώνιοι του διχοτομούνται, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.
5. $B\hat{A}Z = \frac{2}{3}L = \frac{2}{3}90^\circ = 60^\circ$. Επίσης ισχύει ότι $B\hat{A}Z + A\hat{Z}\Delta = 180^\circ$ ως εντός επί τα αυτά, άρα $A\hat{Z}\Delta = 120^\circ$ και επειδή $A\hat{Z}\Delta$ και $A\hat{Z}E$ παραπληρωματικές, τότε $A\hat{Z}E = 60^\circ$