

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΠΡΟΟΔΟΣ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΥΡΙΑΚΗ 26/03/2017
ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδειχθεί ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x - \rho)$ είναι το $\nu = P(\rho)$.

(8 Μονάδες)

B. Να διατυπώσετε το θεώρημα ακεραίων ριζών.

(3 Μονάδες)

C. Να δοθεί ο ορισμός της περιοδικής συνάρτησης.

(3 Μονάδες)

D. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

i) Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R} .

ii) Αν $a^{4x-6} > a^2$ με $0 < a \neq 1$ τότε $x > 2$.

iii) Το άθροισμα των συντελεστών ενός πολυωνύμου $P(x)$ είναι το $P(1)$.

iv) $\sigma\phi(\alpha - \beta) = \frac{\sigma\phi\alpha \cdot \sigma\phi\beta + 1}{\sigma\phi\alpha - \sigma\phi\beta}$.

v) Αν $\eta\mu x = 1$ τότε $\sigma\upsilon\nu x = 0$.

(5 Μονάδες)

E. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω τριγωνομετρικές ταυτότητες με το κατάλληλο αποτέλεσμα.

i) $\eta\mu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\alpha =$

ii) $\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha =$

iii) $\eta\mu(\alpha + \beta) =$

iv) $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) =$

v) $\eta\mu(2\alpha) =$

vi) $\epsilon\phi(2\alpha) =$

(6 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

i) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της και να αποδειχθεί ότι είναι περιττή.

ii) Να αποδειχθεί ότι $f(\eta\mu\alpha) = -\frac{\epsilon\phi\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha}$.

iii) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $x^3 + 2x^2 - 2x - 2 = 0$ δεν έχει ακέραια ρίζα και ότι η γραφική παράσταση της $f(x)$ δεν τέμνει την ευθεία $y = x + 2$ σε σημείο με τετμημένη ακέραιο αριθμό.

(4+4+4=12 Μονάδες)

B. Δίνεται ότι $\eta\mu\alpha = \frac{3}{5}$ με $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

i) Να υπολογιστεί το $\sigma\upsilon\nu\alpha$.

ii) Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας 2α .

iii) Να βρεθεί το $\eta\mu\frac{\alpha}{2}$.

(4+4+5=13 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha - \beta)x^3 - x^2 - 7\beta x + 8\alpha$ το οποίο αν διαιρεθεί με το $K(x) = x^2 - 1$ δίνει υπόλοιπο $\upsilon(x) = -13x + 23$.

A. Να αποδειχθεί ότι $a = 3$ και $\beta = 2$.

B. Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

C. Να βρεθεί το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : K(x)$.

D. Να βρεθούν τα διαστήματα που η γραφική παράσταση του $P(x)$ βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = -13x + 23$.

(5+7+7+6=25 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \log\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x + a\right)$ διέρχεται από το σημείο $M(-6, 1 + \log 6)$.

i. Να αποδείξετε ότι $a = -4$.

ii. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

iii. Να λύσετε την ανίσωση: $f(x) < 1$.

iv. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{\log y} + y^{f(-3)} = 2$.

(5+5+4+4 Μονάδες)

B. Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} 4^{\eta\mu x} + 2 \cdot 2^{\sigma\upsilon\nu y} = 3 \\ 4^{\eta\mu x} = 1 + \sqrt{1 - \eta\mu^2 y} \end{cases}$ για $x, y \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

(7 Μονάδες)

**ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**