

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΠΡΟΟΔΟΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή 26/03/2017

Θέμα 1

A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

a. Αν $\alpha > 0$ και n άρτιος φυσικός ($n \neq 0$), τότε: $x^n = \alpha \Leftrightarrow x = -\sqrt[n]{|\alpha|}$

b. Αν οι συντελεστές a και γ της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

c. Αν η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει δύο ρίζες οι οποίες είναι αντίθετες, τότε $\beta=0$.

d. Αν το άθροισμα S των ριζών μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού, που έχει $\Delta > 0$, είναι θετικός αριθμός τότε η εξίσωση έχει ρίζες ομόσημες.

e. Αν $\Delta > 0$, τότε το τριώνυμο γίνεται ομόσημο του a , για τις τιμές του x που βρίσκονται εντός των ριζών.

f. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί a, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$. (12 Μονάδες)

B. Στην περίπτωση που η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , να αποδείξετε ότι $S = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $P = \frac{\gamma}{\alpha}$. (8 Μονάδες)

C. Να αναφέρετε τι ονομάζουμε συνάρτηση και να δώσετε ένα παράδειγμα συνάρτησης. (5 Μονάδες)

Θέμα 2

Αν οι αριθμοί $4 - x, x, 2$ είναι διαδοχικοί όροι:

a. αριθμητικής προόδου, να προσδιορίσετε τον αριθμό x (8 Μονάδες)

b. γεωμετρικής προόδου, να προσδιορίσετε τον αριθμό x (8 Μονάδες)

c. Να βρεθεί ο αριθμός x ώστε οι αριθμοί $4 - x, x, 2$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής και γεωμετρικής προόδου. (9 Μονάδες)

Θέμα 3

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3 - 16x}{x - 4}$.

a. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και να αποδείξετε ότι, για τα x που ανήκουν στο πεδίο ορισμού της, ισχύει $f(x) = x^2 + 4x$. (5 Μονάδες)

b. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) = 32$. (5 Μονάδες)

B.

a. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 10x + 21 < 0$. (5 Μονάδες)

b. Δίνεται η παράσταση: $A = |x - 3| + |x^2 - 10x + 21|$

i. Για $3 < x < 7$, να δείξετε ότι: $A = -x^2 + 11x - 24$. (5 Μονάδες)

ii. Να βρείτε τις τιμές του $x \in (3, 7)$, για τις οποίες ισχύει $A = 6$. (5 Μονάδες)

Θέμα 4

A. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda^3 + 8)x - 8 = 0$, (1).

a. Να δείξετε ότι η (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (3 Μονάδες)

b. Να βρείτε το λ , ώστε:

i. οι ρίζες της (1) να είναι αντίθετες (4 Μονάδες)

ii. η μία ρίζα της (1) να είναι ίση με το τετράγωνο της άλλης. (5 Μονάδες)

B. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - x + \lambda - \lambda^2 = 0$ (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

a. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ (4 Μονάδες)

b. Για ποια τιμή του λ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες ίσες; (4 Μονάδες)

c. Αν $\lambda \neq \frac{1}{2}$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης (1), τότε να βρείτε για ποιες τιμές

του λ ισχύει $d(x_1, x_2) = \frac{1}{d(x_1, x_2)}$. (5 Μονάδες)

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!